Algebraliste murrud

Algebraliste murdude korrutamine

Kahe algebralise avaldise jagatist nimetatakse *algebraliseks murruks.*

Tehteid algebraliste murdudega sooritatakse nagu harilike murdudega:

Kahe murru *korrutiseks* on murd, mille lugejaks on teguriteks olevate murdude lugejate korrutis, ja nimetajaks on teguriteks olevate murdude nimetajate korrutis:

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}}$$

Näide

$$\frac{x-y}{3a+y}\cdot\frac{3x-z}{5x}=\frac{(x-y)\cdot(3x-z)}{5x\cdot(3a+y)}.$$

Algebraliste murdude korrutamine ja jagamine

Kahe murru *jagatiseks* on murd, mille lugejaks on jagatava lugeja korrutis jagaja nimetajaga, ja nimetajaks on jagatava nimetaja korrutis jagaja lugejaga:

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}}$$

Näide

$$\frac{5-x}{x^2+2x-35} : \frac{x^2+25}{x+7} = \frac{(5-x)(x+7)}{(x^2+2x-35)(x^2+25)} =$$

lahutame teguriteks

$$= \frac{(5-x)(x+7)}{\underbrace{(x+7)(x-5)}_{x^2+2x-35}(x^2+25)} = -\frac{1}{x^2+25}.$$

Algebraliste murdude liitmine

Algebraliste murdude liitmisel tuleb :

1) tegurdada kõikide liidetavate nimetajad;
2) Minna üle ühisele murrujoonele, kus nimetajaks on liidetavate nimetajate vähim ühiskordne ja lugeja saadakse liidetavate lugejatest laiendamise teel.
3) Võimaluse korral koondada lugejas sarnased liikmed ja taandada murd

Näide

$$\frac{x^2}{x^2-1}+\frac{x}{x+1}+\frac{2}{x^2-2x+1}=\frac{x^2}{(x-1)(x+1)}+\frac{x}{x+1}+\frac{2}{(x-1)^2}=$$

$$=\frac{x^2(x-1)+x(x-1)^2+2(x+1)}{(x-1)^2(x+1)}=\frac{x^3-x^2+x^3-2x^2+x+2x+2}{(x-1)^2(x+1)}=$$

$$=\frac{2x^3-3x^2+3x+2}{(x-1)^2(x+1)}.$$

Algebraliste murdude lahutamine

Algebraliste murdude lahutamine toimub samamoodi kui liitmine.

Näide

$$\frac{2a}{b^3-1}-\frac{1}{b-1}-\frac{2+a}{b^2+b+1}=\frac{2a}{(b-1)(b^2+b+1)}-\frac{1}{b-1}-\frac{2+a}{b^2+b+1}=$$

$$=\frac{2a-(b^2+b+1)-(2+a)(b-1)}{(b-1)(b^2+b+1)}=\frac{2a-b^2-b-1-2b+2-ab+a}{(b-1)(b^2+b+1)}=$$

$$=\frac{3a-b^2-3b-ab+1}{(b-1)(b^2+b+1)}.$$

Murdude lihtsustamine

Tehetes murdudega on pärast üleminekut ühisele murrujoonele oluline osata kirjutada murdude lugejad ja nimetajad korrutistena (tegurdada), et seejärel murrud taandada.

Näide

$$\frac{a^2-25}{a^2-3a}:\frac{a^2+5a}{a^2-9}=\frac{(a^2-25)(a^2-9)}{(a^2-3a)(a^2+5a)}=$$

$$=\frac{\overbrace{(a-5)(a+5)}^{a^2-25}\overbrace{(a-3)(a+3)}^{a^2-9}}{\underbrace{a(a-3)}_{a^2-3a}\underbrace{a(a+5)}_{a^2+5a}}=\frac{(a-5)(a+3)}{a^2}.$$

Näide 1

Lihtsustada avaldis $\dfrac{a^2}{a^2-2a+1}-\dfrac{a^2+a}{a^3-1}\cdot\left(\dfrac{a}{a^2-1}+\dfrac{1}{a^2-a}\right)$

ja leida selle väärtus, kui $a=3\frac{2}{3}$.

Lahendus

$$\frac{a^2}{a^2-2a+1}-\frac{a^2+a}{a^3-1}\cdot\left(\frac{a}{a^2-1}+\frac{1}{a^2-a}\right)=$$

$$=\frac{a^2}{(a-1)^2}-\frac{a(a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)}\cdot\left(\frac{a}{(a-1)(a+1)}+\frac{1}{a(a-1)}\right)=$$

$$=\frac{a^2}{(a-1)^2}-\frac{a(a+1)}{(a-1)(a^2+a+1)}\cdot\left(\frac{a^2+a+1}{a(a-1)(a+1)}\right)=$$

$$=\frac{a^2}{(a-1)^2}-\frac{a(a+1)(a^2+a+1)}{a(a-1)^2(a+1)(a^2+a+1)}=$$

Näide 1 (järg)

$$=\frac{a^2}{(a-1)^2}-\frac{a(a+1)(a^2+a+1)}{a(a-1)^2(a+1)(a^2+a+1)}=$$

$$=\frac{a^2}{(a-1)^2}-\frac{1}{(a-1)^2}=\frac{a^2-1}{(a-1)^2}=\frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)^2}=\frac{a+1}{a-1}.$$

Kui $a=3\frac{2}{3}$, siis on avaldise väärtuseks

$$\frac{3\frac{2}{3}+1}{3\frac{2}{3}-1}=\frac{4\frac{2}{3}}{2\frac{2}{3}}=\frac{\frac{14}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{14\cdot 3}{3\cdot 8}=\frac{7}{4}=1\frac{3}{4}.$$

Vastus. Avaldise väärtus on $1\frac{3}{4}$.

Näide 2

Lihtsustada avaldis $$\left(\frac{x}{y^2+xy}+\frac{x-y}{x^2-xy}\right):\left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x-y}\right)$$

ja leida selle väärtus, kui $x=\frac{3}{4},\ \ y=\frac{1}{4}.$

Lahendus

$$\left(\frac{x}{y^2+xy}+\frac{x-y}{x^2-xy}\right):\left(\frac{y^2}{x^3-xy^2}+\frac{1}{x-y}\right)=$$

$$=\left(\frac{x}{y(y+x)}+\frac{x-y}{x(x-y)}\right):\left(\frac{y^2}{x(x^2-y^2)}+\frac{1}{x-y}\right)=$$

$$=\left(\frac{x}{y(y+x)}+\frac{1}{x}\right):\left(\frac{y^2}{x(x-y)(x+y)}+\frac{1}{x-y}\right)=$$

$$=\left(\frac{x\cdot x+y(y+x)}{xy(y+x)}\right):\left(\frac{y^2+x(x+y)}{x(x-y)(x+y)}\right)=$$

Näide 2 (järg)

$$= \left(\frac{x \cdot x + y(y+x)}{xy(y+x)} \right) : \left(\frac{y^2 + x(x+y)}{x(x-y)(x+y)} \right) =$$

$$= \frac{(x^2 + y^2 + xy)x(x-y)(x+y)}{xy(y+x)(y^2 + x^2 + xy)} = \frac{x-y}{y}.$$

Kui $x = \frac{3}{4}$, $y = \frac{1}{4}$, siis

$$\frac{x-y}{y} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{1}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{4 \cdot 1} = 2.$$

Vastus. Avaldise väärtus on 2.