

Tallinna Tehnikaülikool

Diskreetne Matemaatika  
Kodutöö

Tristan Krass

179302

IADB13

TALLINN 2018

# Ülesanne 1

- 1) Saadud 7-kohaline 16ndarv: **3AA6CAA**
- 2) Loogikafunktsiooni **1-de piirkond: (3, 6, 10, 12)**
- 3) Saadud 9-kohaline 16ndarv: **4E95797C6**
- 4) Loogikafunktsiooni **määramatuspiirkond: (4, 5, 7, 9, 14)**
- 5) Loogikafunktsiooni **0-de piirkond: (0, 1, 2, 8, 11, 13, 15)**
- 6) 4-muutuja loogikafunktsioon oma numbrilises 10ndesituses:  
 $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \Sigma(3, 6, 10, 12)_1 (4, 5, 7, 9, 14) -$

# Ülesanne 2

**Loogikafunktsiooni tõeväärtustabel:**

10nd	$x_1, x_2, x_3, x_4$	tõeväärtus
0	0 0 0 0	0
1	0 0 0 1	0
2	0 0 1 0	0
3	0 0 1 1	1
4	0 1 0 0	-
5	0 1 0 1	-
6	0 1 1 0	1
7	0 1 1 1	-
8	1 0 0 0	0
9	1 0 0 1	-
10	1 0 1 0	1
11	1 0 1 1	0
12	1 1 0 0	1
13	1 1 0 1	0
14	1 1 1 0	-
15	1 1 1 1	0

# Ülesanne 3

Matriklinumber on paarisarvuline ehk MDNK leitakse Karnaugh' kaardiga ja MKNK leitakse McCluskey' meetodiga.

1) MDNK leidmine Karnaugh' kaardiga:

$$\text{MDNK: } \overline{x_1}x_3x_4 \vee x_2\overline{x_4} \vee x_1x_3\overline{x_4} = \Sigma = (3, 4, 6, 7, 10, 12, 14)_1$$

$\overline{x_3x_4}$	00	01	11	10
$x_1x_2$				
00	0	0	1	0
01	—	—	—	1
11	1	0	0	—
10	0	—	0	1

2) MKNK leidmine McCluskey' meetodiga:

Indeks	Intervall	M	Indeks	Intervall	M	Indeks	Intervall	M
0	0 0 0 0	x	0-1	0 0 0 -	x	0-1-1-2	0 - 0 -	A3
1	0 0 0 1	x		0 0 - 0	A1		- 0 0 -	A4
	0 0 1 0	x	0 - 0 0	x	1-2-2-3	-- 0 1	A5	
	0 1 0 0 *	x	- 0 0 0	x		2-3-3-4	- 1 - 1	A6
	1 0 0 0	x	1-2	0 - 0 1	x		1 - - 1	A7
2	0 1 0 1 *	x	- 0 0 1	x	0 1 0 - *	x	1 0 0 -	x
	1 0 0 1 *	x	0 1 0 - *	x				
3	0 1 1 1 *	x	2-3	0 1 - 1 *	x			
	1 0 1 1	x		- 1 0 1	x			
	1 1 0 1	x		1 0 - 1	x			
	1 1 1 0 *	x		1 - 0 1	x			
4	1 1 1 1	x	3-4	- 1 1 1	x			
				1 - 1 1	x			
				1 1 - 1	x			
				1 1 1 -	A2			

	0	1	2	8	11	13	15	(4)	(5)	(7)	(9)	(14)
A1	x		x									
A2							x					x
A3	x	x						x	x			
A4	x	x		x							x	
A5		x				x			x		x	
A6						x	x		x	x		
A7					x	x	x				x	

Valin A1, A4, A7, mis katavad ära nullide piirkonna.

MKNK:  $(x_1 \vee x_2 \vee x_4) (x_2 \vee x_3) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4}) = \Pi = (0, 1, 2, 8, 9, 11, 13, 15)_0$

Antud MDNK ja MKNK on teineteisega loogiliselt võrdsed, sest nende tõeväärtustabelid on samasugused.  $f_{mdnk}(0100) = 1$  ja  $f_{mknk}(0100) = 1$ .

## Ülesanne 4

Teisendan punktis 3 leitud MKNK loogikaalgebra põhiseaduste abil DNK-kujule.

$$\begin{aligned}
 \text{MKNK: } & (x_1 \vee x_2 \vee x_4) (x_2 \vee x_3) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4}) = \\
 & = (x_1 x_2 \vee x_2 \vee x_2 x_4 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3 \vee x_3 x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4}) = \\
 & = \overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \vee x_2 \overline{x_4} \vee \\
 & \vee x_1 x_3 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \overline{x_4} = \overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_1} x_2 x_4 \vee \overline{x_1} x_2 x_3 \vee \overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \overline{x_4} = \\
 & = \overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_1 x_2 \overline{x_4} \vee x_2 x_3 \overline{x_4}
 \end{aligned}$$

Selle teisenduse tulemuseks olev DNK pole kokkulangev punktis 3 leitud MDNK-ga. Seega koostan tõeväärtustabeli, et seda väidet ka tõestada.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$f_{\text{mdnk}}$	$f(\text{teisendus})$
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1	1
7	0	1	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0
10	1	0	1	0	1	1
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	1	1
13	1	1	0	1	0	0
14	1	1	1	0	1	0
15	1	1	1	1	0	0

Kui vaadata tõeväärtustabelit, siis on näha, et tõeväärtused on erinevad number viie juures. Seega antud DNK ja MDNK ei lange kokku.

## Ülesanne 5

MDNK:  $\overline{x_1}x_3x_4 \vee x_2\overline{x_4} \vee x_1x_3\overline{x_4} = \Sigma = (3, 4, 6, 7, 10, 12, 14)_1$

1) Kuna TDNK liikmed peavad sisaldama kõiki selle funktsiooni muutujaid, siis lisan igale liikmele MDNK-s vajalikud muutujad juurde, et saaksin TDNK.

TDNK:  $\overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee \overline{x_1}\overline{x_2}x_3x_4 \vee x_1x_2x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3\overline{x_4} \vee x_1x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2\overline{x_3}\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3x_4 \vee x_1x_2x_3x_4$

2) Taandatud disjunktiiivse normaalkuju leian Karnaugh' kaardi abil. Kuna Taandatud DNK on funktsiooni kõikide lihtimplikantide disjunksioon, siis lisan Karnaugh' kaardile kõikvõimalikud lihtimplikandid.

Taand.DNK:  $\overline{x_1}x_3x_4 \vee x_2\overline{x_4} \vee x_1x_3\overline{x_4} \vee \overline{x_1}x_2x_3$

$x_3x_4$	00	01	11	10
$x_1x_2$				
00	0	0	1	0
01	—	—	—	1
11	1	0	0	—
10	0	—	0	1

## Ülesanne 6

Leian vabaltvalitud viisil punktis 3 saadud MKNK-ga (loogiliselt) võrdse Täieliku KNK.

$$\text{MKNK: } (x_1 \vee x_2 \vee x_4) (x_2 \vee x_3) (\overline{x_1} \vee \overline{x_4})$$

TKNK leidmiseks lisan puuduvad algtermid kleepimisseadusega MKNK-le.

$$\begin{aligned} \text{TKNK} &= (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \& \\ &\& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \& \\ &\& (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \end{aligned}$$

## Ülesanne 7

Minu MDNK tehtes esineb kõige rohkem  $x_4$  liiget. Seega teen Shannoni disjunktivse arenduse  $x_4$  liikmega.

$$\text{MDNK: } \overline{x_1}x_3x_4 \vee \overline{x_2}x_4 \vee x_1x_3\overline{x_4} = \Sigma = (3, 4, 6, 7, 10, 12, 14)_1$$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_4} (\overline{x_1}x_3 * 0 \vee 1 * x_2 \vee x_1x_3 * 1) \vee x_4 (\overline{x_1}x_3 * 1 \vee 0 * x_2 \vee x_1x_3 * 0) = \\ &= x_4 (x_2 \vee x_1x_3) \vee \overline{x_4} (x_1x_3) \end{aligned}$$



## Ülesanne 8

Valisin Shannoni disjunktiiivseks arenduseks muutujad  $x_3, x_4$ .

MDNK:  $\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4}$

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \\ f(x_1, x_2, x_3, x_4) &= \overline{x_3 x_4} [(x_1 * 0 * 0) \vee (x_2 * 1) \vee (x_1 * 0 * 1)] \vee \\ & \overline{x_3 x_4} [(x_1 * 1 * 0) \vee (x_2 * 1) \vee (x_1 * 1 * 1)] \vee \overline{x_3 x_4} [(x_1 * 0 * 1) \vee (x_2 * 0) \vee (x_1 * 0 * 1)] = \\ & \vee \overline{x_3 x_4} [(x_1 * 1 * 1) \vee (x_2 * 0) \vee (x_1 * 1 * 0)] = \\ & = \overline{x_3 x_4} (x_2) \vee \overline{x_3 x_4} (x_1) \vee \overline{x_3 x_4} (x_1 \vee x_2) \vee \overline{x_3 x_4} (0) \end{aligned}$$

## Ülesanne 9

Valisin muutujateks:  $x_1 x_3$ , et teha punktis 3 saadud MDNK-le Shannoni konjunktiivne arendus.

$$\begin{aligned} \text{MDNK: } & \overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4} \\ & [x_1 \vee x_3 \vee f(0, x_2, 0, x_4)] [x_1 \vee \overline{x_3} \vee f(0, x_2, 1, x_4)] [\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee f(1, x_2, 0, x_4)] \& \\ & \& [x_1 \vee \overline{x_3} \vee f(1, x_2, 1, x_4)] = [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \overline{x_4})] [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_4 \vee x_2 \overline{x_4})] \& \\ & \& [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \overline{x_4})] [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \overline{x_4} \vee x_4)] = [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \overline{x_4})] \& \\ & \& [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \vee x_4)] [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_2 \overline{x_4})] [x_1 \vee \overline{x_3} \vee (x_4)] \end{aligned}$$

## Ülesanne 10

Leida ja esitada punktis 3 saadud MDNK jaoks tema tuletis muutuja  $x_2$  järgi. Tuletiseks olev avaldis lihtsustada DNK-ks loogikaalgebra põhiseoste abil.

MDNK:  $\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_2 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 x_4}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x_1, x_2, x_3, x_4)}{\partial x_2} &= f(x_1, 0, x_3, x_4) \oplus f(x_1, 1, x_3, x_4) = (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}}) \oplus (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}}) = \\ &= (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}}) \oplus (\overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_3}) \\ \text{DNK: } & (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}})(\overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_3}) \vee (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}})(\overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_3}) = \\ &= [(\overline{x_1 x_3 x_4}) (\overline{x_1 x_3 \overline{x_4}}) (\overline{x_4} \vee \overline{x_1 x_3})] \vee (\overline{x_1 x_3 x_4} \vee \overline{x_1 x_3 \overline{x_4}}) [(\overline{x_1 x_3})(\overline{x_4})] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) (\overline{x_1} \vee \overline{x_3} \vee x_4) (\overline{x_1} x_3 \vee \overline{x_4}) \vee (\overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_1 x_3 \overline{x_4}) [x_4 (\overline{x_1} \vee \overline{x_3})] = \\
&= (\overline{x_1} x_4 \vee \overline{x_3} \vee x_1 \overline{x_4}) (\overline{x_1} x_3 x_4 \vee \overline{x_4}) \vee \\
&\vee (\overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_1 x_3 \overline{x_4}) (\overline{x_1} x_4 \vee \overline{x_3} x_4) = \overline{x_1} x_4 \vee \overline{x_3} x_4
\end{aligned}$$

Leida ja esitada punktis 3 saadud MDNK jaoks tema tuletis muutuja  $x_4$  järgi. Tuletiseks olev avaldis lihtsustada DNK-ks loogikaalgebra põhiseoste abil.

$$\frac{\partial f(x_1 x_2 x_3 x_4)}{\partial x_4} = f(x_1 x_2 x_3 0) \oplus f(x_1 x_2 x_3 1) = (\overline{x_2} \vee x_1 x_3) \oplus (\overline{x_1} x_3)$$

DNK:  $(\overline{x_2} \vee x_1 x_3)(\overline{x_1} x_3) \vee (\overline{x_2} \vee x_1 x_3)(\overline{x_1} x_3) =$   
 $= (\overline{x_2})(\overline{x_1} x_3) (\overline{x_1} x_3) \vee (\overline{x_2} \vee x_1 x_3)(\overline{x_1} x_3) =$   
 $= [(\overline{x_2})(\overline{x_1} \vee \overline{x_3})(\overline{x_1} x_3)] \vee (\overline{x_2} \vee x_1 x_3) (\overline{x_1} x_3) =$   
 $= [(\overline{x_1} x_2 \vee \overline{x_2} x_3) (\overline{x_1} x_3)] \vee (\overline{x_1} x_2 \vee x_1 x_3) (\overline{x_1} x_3) =$   
 $= \overline{x_1} x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 = x_3 (\overline{x_1} x_2 \vee x_1) \vee x_1 x_2 \vee \overline{x_2} x_3 =$   
 $= x_2 x_3 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 \vee \overline{x_2} x_3$  (Tegu pole minimaalse DNK-ga vaid taandatud DNK-gs, seega laiendan  $x_1 x_2$  liiget  $x_3$ -ga või  $x_1 x_3$  liiget  $x_2$ -ga.)

- 1)  $\overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee \overline{x_2} x_3 = \overline{x_2} x_3 \vee x_1 x_3 \vee \overline{x_2} x_3$
- 2)  $x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \vee \overline{x_2} x_3 = x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \vee \overline{x_2} x_3$

## Ülesanne 11

Leida ja esitada punktis 3 saadud MDNK-ga loogiliselt võrdne Reed-Mulleri polünoom.

$$\begin{aligned}
\text{DNK: } &\overline{x_1} x_3 x_4 \vee x_2 \overline{x_4} \vee x_1 \overline{x_2} x_3 \overline{x_4} = (x_1 \oplus 1) x_3 x_4 \oplus x_2 (x_4 \oplus 1) \oplus x_1 x_3 (x_2 \oplus 1) (x_4 \oplus 1) = \\
&x_1 x_3 x_4 \oplus x_3 x_4 \oplus x_2 x_4 \oplus x_2 \oplus [(x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_3) (x_4 \oplus 1)] = \\
&= x_1 x_3 x_4 \oplus x_3 x_4 \oplus x_2 x_4 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 x_3 x_4 \oplus x_1 x_3 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_3 = \\
&= x_3 x_4 \oplus x_2 x_4 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 x_3 x_4 \oplus x_1 x_2 x_3 \oplus x_1 x_3
\end{aligned}$$

0	0	1	0
—	—	—	1
1	0	0	—
0	—	0	1